

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

КГКОУ «Вечерняя школа №1»

РАССМОТРЕНО

Руководитель МО учителей

физики, математики, информатики



Добровольский А.А

Протокол № 1 от «29» 08 2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Педагогический совет

Протокол № 1

от «30» 08 2023г.

УТВЕРЖДЕНО

Директор КГКОУ «Вечерняя школа №1»

Гузеев А.Н.

Приказ № 130 от «31» 08 2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

(ID 1115924)

учебного курса «Вероятность и статистика»

для обучающихся 7-9 классов

г. Рубцовск

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры.

Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

Именно поэтому остро встала необходимость сформировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя в качестве неотъемлемой составляющей умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Знакомство в учебном курсе с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий. При изучении статистики и вероятности обогащаются представления обучающихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

В соответствии с данными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основного общего образования выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках, до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении учебного курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновероятными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В учебный курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

В рамках учебного курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

В 7–9 классах изучается учебный курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов».

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» отводится 102 часа: в 7 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 8 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 9 классе – 34 часа (1 час в неделю).

Во время выполнения учебной рабочей программы по предмету «Вероятность и статистика» реализуются следующие модули Рабочей программы воспитания КГКОУ «Вечерняя школа №1»:

1. Урочная деятельность.
2. Профорентация.

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

7 КЛАСС

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Заполнение таблиц, чтение и построение диаграмм (столбчатых (столбчатых) и круговых). Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных. Примеры случайной изменчивости.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

8 КЛАСС

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач.

Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания.

Элементарные события случайного опыта. Случайные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Связь между маловероятными и практически достоверными событиями в природе, обществе и науке.

Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.

Противоположные события. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения. Независимые события. Представление эксперимента в виде дерева. Решение задач на нахождение вероятностей с помощью дерева случайного эксперимента, диаграмм Эйлера.

9 КЛАСС

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, интерпретация данных. Чтение и построение таблиц, диаграмм, графиков по реальным данным.

Перестановки и факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности.

Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины «число успехов в серии испытаний Бернулли».

Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Роль и значение закона больших чисел в природе и обществе.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного курса «Вероятность и статистика» характеризуются:

1) патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;
- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения **в 7 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.

Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.

Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.

Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных, иметь представление о статистической устойчивости.

К концу обучения **в 8 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков, представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).

Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.

Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.

Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.

Оперировать понятиями: множество, подмножество, выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, перечислять элементы множеств, применять свойства множеств.

Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.

К концу обучения **в 9 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков, представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.

Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.

Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.

Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.

Иметь представление о случайной величине и о распределении вероятностей.

Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
7 КЛАСС**

| № п/п | Наименование разделов и тем программы | Количество часов | | | Электронные (цифровые) образовательные ресурсы |
|-------------------------------------|--|------------------|--------------------|---------------------|---|
| | | Всего | Контрольные работы | Практические работы | |
| 1 | Представление данных | 7 | | 2 | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc |
| 2 | Описательная статистика | 8 | | 1 | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc |
| 3 | Случайная изменчивость | 6 | | 1 | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc |
| 4 | Введение в теорию графов | 4 | | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc |
| 5 | Вероятность и частота случайного события | 4 | | 1 | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc |
| 6 | Обобщение, систематизация знаний | 5 | 2 | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f415fdc |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 34 | 2 | 5 | |

8 КЛАСС

| № п/п | Наименование разделов и тем программы | Количество часов | | | Электронные (цифровые) образовательные ресурсы |
|-------------------------------------|---|------------------|--------------------|---------------------|---|
| | | Всего | Контрольные работы | Практические работы | |
| 1 | Повторение курса 7 класса | 4 | | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f417fb2 |
| 2 | Описательная статистика. Рассеивание данных | 4 | | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f417fb2 |
| 3 | Множества | 4 | | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f417fb2 |
| 4 | Вероятность случайного события | 6 | | 1 | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f417fb2 |
| 5 | Введение в теорию графов | 4 | | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f417fb2 |
| 6 | Случайные события | 8 | | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f417fb2 |
| 7 | Обобщение, систематизация знаний | 4 | 2 | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f417fb2 |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 34 | 2 | 1 | |

9 КЛАСС

| № п/п | Наименование разделов и тем программы | Количество часов | | | Электронные (цифровые) образовательные ресурсы |
|-------------------------------------|---------------------------------------|------------------|--------------------|---------------------|---|
| | | Всего | Контрольные работы | Практические работы | |
| 1 | Повторение курса 8 класса | 4 | | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f41a302 |
| 2 | Элементы комбинаторики | 4 | | 1 | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f41a302 |
| 3 | Геометрическая вероятность | 4 | | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f41a302 |
| 4 | Испытания Бернулли | 6 | | 1 | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f41a302 |
| 5 | Случайная величина | 6 | | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f41a302 |
| 6 | Обобщение, контроль | 10 | 1 | | Библиотека ЦОК https://m.edsoo.ru/7f41a302 |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 34 | 1 | 2 | |

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

7 КЛАСС

| № п/п | Тема урока | Количество часов | | | Дата изучения | | Электронные цифровые образовательные ресурсы |
|-------|---|------------------|--------------------|---------------------------------|---------------|------------|---|
| | | Всего | Контрольные работы | Практические работы | План | Фактически | |
| | | | | | 7 | 7 | |
| 1 | Представление данных в таблицах | 1 | | | 1 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 2 | Практические вычисления по табличным данным | 1 | | | 2 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 3 | Извлечение и интерпретация табличных данных | 1 | | | 3 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 4 | Пр. раб. | 1 | | Практическая работа "Таблицы" | 4 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 5 | Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм | 1 | | | 5 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 6 | Чтение и построение диаграмм. Примеры демографических диаграмм | 1 | | | 6 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 7 | Пр. раб. | 1 | | Практическая работа "Диаграммы" | 7 нед | | https://edsoo.ru/ |

| | | | | | | | |
|----|--|---|---|---|--------|--|---|
| 8 | Числовые наборы. Среднее арифметическое | 1 | | | 8 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 9 | Числовые наборы. Среднее арифметическое | 1 | | | 9 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 10 | Медиана числового набора. Устойчивость медианы | 1 | | | 10 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 11 | Медиана числового набора. Устойчивость медианы | 1 | | | 11 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 12 | Пр. раб. | 1 | | Практическая работа "Средние значения" | 12 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 13 | Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах | 1 | | | 13 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 14 | Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах | 1 | | | 14 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 15 | Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах | 1 | | | 15 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 16 | Кон. раб. | 1 | Контрольная работа по темам "Представление данных. Описательная статистика" | | 16 нед | | https://edsoo.ru/ |

| | | | | | | | |
|----|---|---|--|---|--------|--|---|
| 17 | Случайная изменчивость (примеры) | 1 | | | 17 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 18 | Частота значений в массиве данных | 1 | | | 18 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 19 | Группировка | 1 | | | 19 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 20 | Гистограммы | 1 | | | 20 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 21 | Гистограммы | 1 | | | 21 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 22 | Пр. раб. | 1 | | Практическая работа "Случайная изменчивость" | 22 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 23 | Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа | 1 | | | 23 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 24 | Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Цепь и цикл | 1 | | | 24 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 25 | Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа | 1 | | | 25 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 26 | Представление об ориентированных графах | 1 | | | 26 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 27 | Случайный опыт и случайное событие | 1 | | | 27 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 28 | Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных | 1 | | | 28 нед | | https://edsoo.ru/ |

| | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|----|---|--|--------|--|---|
| | событий в природе и в обществе | | | | | | |
| 29 | Монета и игральная кость в теории вероятностей | 1 | | | 29 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 30 | Пр. раб. | 1 | | Практическая работа "Частота выпадения орла" | 30 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 31 | Кон. раб. | 1 | Контрольная работа по темам "Случайная изменчивость. Графы. Вероятность случайного события" | | 31 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 32 | Повторение, обобщение. Представление данных | 1 | | | 32 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 33 | Повторение, обобщение. Описательная статистика | 1 | | | 33 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 34 | Повторение, обобщение. Вероятность случайного события | 1 | | | 34 нед | | https://edsoo.ru/ |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 34 | 2 | 5 | | | |

8 КЛАСС

| № п/п | Тема урока | Количество часов | | | Дата изучения | | Электронные цифровые образовательные ресурсы |
|----------|---|------------------|-----------------------|------------------------|---------------|----------------|---|
| | | Всего | Контрольные работы | Практические работы | План | Фактиче ски | |
| | | | | | 8 | 8 | |
| 1 | Представление данных. Описательная статистика | 1 | | | 1 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 2 | Случайная изменчивость. Средние числового набора | 1 | | | 2 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 3 | Случайные события. Вероятности и частоты | 1 | | | 3 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 4 | Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость | 1 | | | 4 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 5 | Отклонения | 1 | | | 5 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 6 | Дисперсия числового набора | 1 | | | 6 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 7 | Стандартное отклонение числового набора | 1 | | | 7 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 8 | Диаграммы рассеивания | 1 | | | 8 нед | | |
| 9 | Множество, подмножество | 1 | | | 9 нед | | |
| 10 | Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение | 1 | | | 10 нед | | |
| 11 | Свойства операций над | 1 | | | 11 нед | | https://m.edsoo.ru/8 |

| | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|--------|--|---|
| | множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения | | | | | | |
| 12 | Графическое представление множеств | 1 | | | 12 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 13 | Кон. раб. | 1 | Контрольная работа по темам "Статистика. Множества" | | 13 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 14 | Элементарные события. Случайные события | 1 | | | 14 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 15 | Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий | 1 | | | 15 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 16 | Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий | 1 | | | 16 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 17 | Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор | 1 | | | 17 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 18 | Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор | 1 | | | 18 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 19 | Пр. раб. | 1 | | Практическая работа "Опыты с равновозможными" | 19 нед | | https://edsoo.ru/ |

| | | | | | | | |
|----|---|---|--|--------------------------|--------|--|---|
| | | | | элементарными событиями" | | | |
| 20 | Дерево | 1 | | | 20 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 21 | Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер | 1 | | | 21 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 22 | Правило умножения | 1 | | | 22 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 23 | Правило умножения | 1 | | | 23 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 24 | Противоположное событие | 1 | | | 24 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 25 | Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий | 1 | | | 25 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 26 | Несовместные события. Формула сложения вероятностей | 1 | | | 26 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 27 | Несовместные события. Формула сложения вероятностей | 1 | | | 27 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 28 | Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события | 1 | | | 28 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 29 | Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события | 1 | | | 29 нед | | https://edsoo.ru/ |

| | | | | | | | |
|-------------------------------------|--|----|---|---|--------|--|---|
| 30 | Представление случайного эксперимента в виде дерева | 1 | | | 30 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 31 | Представление случайного эксперимента в виде дерева | 1 | | | 31 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 32 | Повторение, обобщение. Представление данных. Описательная статистика | 1 | | | 32 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 33 | Повторение, обобщение. Графы | 1 | | | 33 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 34 | Кон. раб. | 1 | Контрольная работа по темам "Случайные события. Вероятность. Графы" | | 34 нед | | https://edsoo.ru/ |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 34 | 2 | 1 | | | |

9 КЛАСС

| № п/п | Тема урока | Количество часов | | | Дата изучения | | Электронные цифровые образовательные ресурсы |
|-------|--|------------------|--------------------|---|---------------|------------|---|
| | | Всего | Контрольные работы | Практические работы | План | Фактически | |
| | | | | | 9 | 9 | |
| 1 | Представление данных | 1 | | | 1 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 2 | Описательная статистика | 1 | | | 2 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 3 | Операции над событиями | 1 | | | 3 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 4 | Независимость событий | 1 | | | 4 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 5 | Комбинаторное правило умножения | 1 | | | 5 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 6 | Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний | 1 | | | 6 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 7 | Треугольник Паскаля | 1 | | | 7 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 8 | Пр. раб. | 1 | | Практическая работа "Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц" | 8 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 9 | Геометрическая вероятность. | 1 | | | 9 нед | | https://edsoo.ru/ |

| | | | | | | | |
|----|--|---|--|--|--------|--|---|
| | Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности | | | | | | |
| 10 | Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности | 1 | | | 10 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 11 | Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности | 1 | | | 11 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 12 | Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности | 1 | | | 12 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 13 | Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха | 1 | | | 13 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 14 | Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха | 1 | | | 14 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 15 | Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха | 1 | | | 15 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 16 | Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли | 1 | | | 16 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 17 | Испытания Бернулли. | 1 | | | 17 нед | | https://edsoo.ru/ |

| | | | | | | | |
|----|---|---|--|--|--------|--|---|
| | Вероятности событий в серии испытаний Бернулли | | | | | | |
| 18 | Пр. раб. | 1 | | Практическая работа "Испытания Бернулли" | 18 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 19 | Случайная величина и распределение вероятностей | 1 | | | 19 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 20 | Математическое ожидание и дисперсия случайной величины | 1 | | | 20 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 21 | Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины | 1 | | | 21 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 22 | Понятие о законе больших чисел | 1 | | | 22 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 23 | Измерение вероятностей с помощью частот | 1 | | | 23 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 24 | Применение закона больших чисел | 1 | | | 24 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 25 | Обобщение, систематизация знаний. Представление данных | 1 | | | 25 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 26 | Обобщение, систематизация знаний. Описательная статистика | 1 | | | 26 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 27 | Обобщение, систематизация знаний. Представление данных. Описательная статистика | 1 | | | 27 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 28 | Обобщение, систематизация | 1 | | | 28 нед | | https://edsoo.ru/ |

| | | | | | | | |
|-------------------------------------|--|----|-----------------------------|---|--------|--|---|
| | знаний. Вероятность случайного события | | | | | | |
| 29 | Обобщение, систематизация знаний. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики | 1 | | | 29 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 30 | Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики | 1 | | | 30 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 31 | Обобщение, систематизация знаний. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения | 1 | | | 31 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 32 | Обобщение, систематизация знаний. Случайные величины и распределения | 1 | | | 32 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 33 | Ит. конт. раб. | 1 | Итоговая контрольная работа | | 33 нед | | https://edsoo.ru/ |
| 34 | Обобщение, систематизация знаний | 1 | | | 34 нед | | https://edsoo.ru/ |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 34 | 1 | 2 | | | |

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

• Математика. Вероятность и статистика: 7-9-е классы: базовый уровень: учебник: в 2 частях, 7-9 классы/ Высоцкий И.Р., Ященко И.В.; под ред. Ященко И.В., Акционерное общество «Издательство «Просвещение»

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

7 класс

Ю.Н. Тюрин, А.А.Макаров, И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко Теория вероятностей и статистика: Методическое пособие для учителя М., Просвещение.

8 класс

Ю.Н. Тюрин, А.А.Макаров, И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко Теория вероятностей и статистика: Методическое пособие для учителя М., Просвещение.

9 класс

Ю.Н. Тюрин, А.А.Макаров, И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко Теория вероятностей и статистика: Методическое пособие для учителя М., Просвещение.

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/7f415fdc>

Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/7f417fb2>

Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/7f41a302>

Приложение №1

Задания для контрольных работ по «Вероятности и статистике» взяты из:

1. Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко Теория вероятностей и статистика.

График контрольных работ

| № п/п | Тема | Дата (номер урока) | Вид контроля |
|-------|--|--------------------|-------------------------------|
| 1 | <i>Контрольная работа</i> по теме: «Представление данных. Описательная статистика » | Конец декабря (16) | Текущий тематический контроль |
| 2 | <i>Контрольная работа</i> по теме: «Случайная изменчивость. Графы. Вероятность случайного события» | Конец апреля (31) | Текущий тематический контроль |

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1
Представление данных. Описательная статистика.

Курс: вероятность и статистика

Класс: 7

Вид контроля: текущий

Назначение контрольной работы: оценить уровень освоения каждым обучающимся класса содержания учебного материала по темам: Представление данных в таблицах. Практические вычисления по табличным данным. Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм. Числовые наборы. Среднее арифметическое. Медиана числового набора. Устойчивость медианы. Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах. Спецификация КИМ для проведения контрольной работы:

Каждый вариант контрольной работы содержит 4 задания, каждое из которых оценивается в 1 балл. На выполнение контрольной работы отводится 40 минут

Перевод баллов к 5-бальной отметке представлен в таблице

| Баллы | Отметка |
|----------|-------------|
| 4 балла | Отметка «5» |
| 3 балла | Отметка «4» |
| 2 балла | Отметка «3» |
| 0-1 балл | Отметка «2» |

1 вариант

1. Найдите среднее арифметическое и размах ряда чисел: 24, 22, 27, 20, 16, 31.
2. Найдите среднее арифметическое, размах и моду ряда чисел: 32,26,18, 26,15, 21,26.
3. Найдите медиану ряда чисел: а) 30,32, 37,40, 41, 42, 45, 49, 52;
б) 1,2 ; 1,4 ; 2,2 ; 2,6 ; 3,2 ; 3,8 ; 4,4 ; 5,6.
4. У 25 девятиклассников спросили, сколько в среднем часов в день они смотрят телевизор. Вот что получилось:

| | | | | | | |
|-------------------|---|---|----|---|---|---|
| ТВ в день (ч) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Число школьников. | 1 | 7 | 10 | 4 | 1 | 2 |

Определите размах, моду, среднее арифметическое выборки, постройте полигон частот.

2 вариант

1. Найдите среднее арифметическое и размах ряда чисел: 11, 9, 7, 6, 2, 0, 1.
2. Найдите среднее арифметическое и размах и моду ряда чисел: 21;18,5;25,3;18,5;17,9.
3. Найдите медиану ряда чисел: а) 102, 104, 205, 207, 327, 408, 417;
б) 16, 18, 20, 22, 24, 26.
4. У 25 девятиклассников спросили, в каком месяце у них день рождения. Вот что получилось:

| | | | | | | | | |
|----------------|---|---|---|---|---|---|----|----|
| месяц | 1 | 3 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 |
| Число учащихся | 2 | 2 | 2 | 1 | 4 | 5 | 4 | 5 |

Определите размах, моду, среднее арифметическое выборки, постройте полигон частот.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2
Случайная изменчивость. Графы. Вероятность случайного события.

Курс: вероятность и статистика.

Класс: 7

Вид контроля: текущий

Назначение контрольной работы: оценить уровень освоения каждым обучающимся класса содержания учебного материала по темам: Случайная изменчивость (примеры). Частота значений в массиве данных. Группировка. Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Спецификация КИМ для проведения контрольной работы:

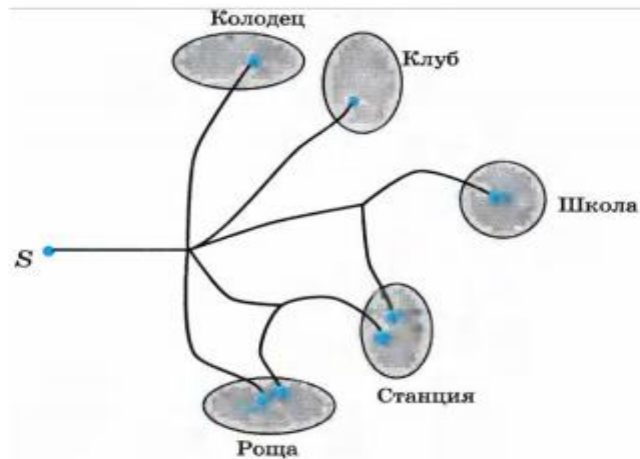
Каждый вариант контрольной работы содержит 4 задания, каждое из которых оценивается в 1 балл. На выполнение контрольной работы отводится 40 минут

Перевод баллов к 5-бальной отметке представлен в таблице

| Баллы | Отметка |
|----------|-------------|
| 4 балла | Отметка «5» |
| 3 балла | Отметка «4» |
| 2 балла | Отметка «3» |
| 0-1 балл | Отметка «2» |

1 вариант

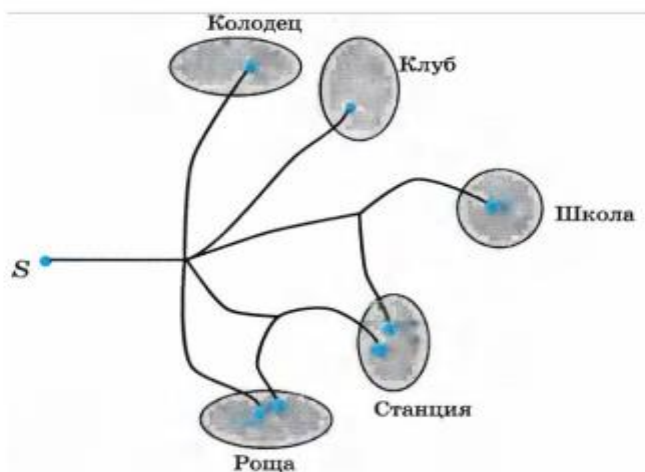
1. Симметричную монету бросают дважды. Постройте дерево этого случайного эксперимента, подпишите около рёбер вероятности и укажите в построенном дереве событие:
 - а) А «орлов выпало либо 0, либо 2»
 - б) В «при первом броске выпала решка»
2. На рисунке изображена схема дорожек посёлка. Иван Викторович начинает прогулку из точки S и на развилках случайным образом выбирает дальнейший путь, но не возвращается назад. Какова вероятность того, что Иван Викторович:
 - а) придет к станции
 - б) окажется в роще



3. Монету бросают до тех пор, пока не выпадет орёл. Постройте дерево этого эксперимента. Пользуясь деревом, найдите вероятность события:
 - а) «потребовалось два или три броска»
 - б) «потребовалось менее 4 бросков»
4. Постройте дерево случайного опыта, в котором монету бросают 3 раза. Отметьте в этом дереве цепочки, изображающие элементарные события, благоприятствующие:
 - а) «орёл выпал ровно 2 раза»
 - б) «решка выпала 2 или три раза»

2 вариант

1. Симметричную монету бросают трижды. Постройте дерево этого случайного эксперимента, подпишите около рёбер вероятности и укажите в построенном дереве событие:
 - а) А «орлов выпало либо 1, либо 3»
 - б) В «при первом броске выпала решка»
2. На рисунке изображена схема дорожек посёлка. Иван Викторович начинает прогулку из точки S и на развилках случайным образом выбирает дальнейший путь, но не возвращается назад. Какова вероятность того, что Иван Викторович:
 - а) придет к станции
 - б) окажется около клуба



3. Монету бросают до тех пор, пока не выпадет орёл. Постройте дерево этого эксперимента. Пользуясь деревом, найдите вероятность события:
 - а) «потребовалось два или три броска»
 - б) «потребовалось менее 3 бросков»
4. Постройте дерево случайного опыта, в котором монету бросают 4 раза. Отметьте в этом дереве цепочки, изображающие элементарные события, благоприятствующие:
 - а) «орёл выпал ровно 2 раза»
 - б) «решка выпала 2 или четыре раза»

Практические работы

Практическая работа №1. «Таблицы»

Задание №1. По данным таблицы 1 определить:

В каком городе население сократилось больше всего в процентном отношении с 2002 г. по 2006 г.:

а) для всех городов таблицы; б) для всех городов, исключая Москву и С.-Петербург?

Составьте таблицу изменения населения крупнейших городов России с 1979 г. по 2006 г.

Население какого из городов России выросло меньше всего с 1979 г. по 2006 г.?

Таблица 1

| Город | Население, тыс. чел. | | | Изменение населения в 2006 г. по сравнению с 2002 г., тыс. чел. | Изменение населения в 2006 г. по сравнению с 2002 г., в % |
|-----------------|----------------------|--------|--------|---|---|
| | 1979 | 2002 | 2006 | | |
| Волгоград | 926 | 1013 | 1025 | 12 | 1,18 |
| Екатеринбург | 1210 | 1293 | 1308 | 15 | 1,16 |
| Казань | 989 | 1105 | 1113 | 8 | 0,72 |
| Москва | 8057 | 10 358 | 10 425 | 67 | 0,65 |
| Нижний Новгород | 1342 | 1311 | 1284 | -27 | -2,06 |
| Новосибирск | 1309 | 1426 | 1397 | -29 | -2,03 |
| Омск | 1016 | 1134 | 1139 | 5 | 0,44 |
| Пермь | 989 | 1000 | 993 | -7 | -0,7 |
| Ростов-на-Дону | 925 | 1070 | 1055 | -15 | -1,4 |
| Самара | 1192 | 1158 | 1143 | -15 | -1,30 |
| Санкт-Петербург | 4569 | 4669 | 4581 | -88 | -1,88 |
| Уфа | 977 | 1042 | 1030 | -12 | -1,17 |
| Челябинск | 1030 | 1078 | 1093 | 15 | 1,39 |

Задание №2. По данным таблицы 2 определить:

1. Какие животные, согласно таблице 11, чаще всего живут дома у школьников?

2. Каких животных из таблицы 11 редко держат в домашних условиях?

Таблица 2

| Животное | Встретилось в списке | Всего |
|----------|----------------------|-------|
| Собака | +++ | 9 |
| Кошка | +++ +++ | 11 |
| Никого | +++ | 7 |
| Рыбки | | 3 |
| Птицы | | 2 |
| Черепаша | | 1 |

Задание №3. По данным таблицы 3:

а) Заполните в таблице столбец «Всего».

б) Заполните столбец «Выручка».

в) Посчитайте общее число проданных книг и суммарную выручку и заполните соответствующие ячейки

Таблица 3

| | Название книги | Цена, р. | Продано | Всего | Выручка |
|----|--------------------------------|----------|---------|-------|---------|
| 1. | «Алиса в стране чудес» | 120 | | | |
| 2. | «Властелин колец» | 150 | +++ | | |
| 3. | «Вредные советы» | 90 | | | |
| 4. | «Гарри Поттер и орден Феникса» | 250 | +++ +++ | | |
| 5. | «Северное сияние» | 120 | | | |
| | Общая сумма: | | | | |

Задание №4. По данным таблицы 4 определить:

- а) какую долю в процентах составляло городское население России в 2002 г.;
б) насколько выросла доля городского населения России с 1897 г. по 2002 г.?

Таблица 4

| Год | Доля городского населения | Доля сельского населения |
|------|---------------------------|--------------------------|
| 1897 | 13 | 87 |
| 2002 | 73 | 27 |

Практическая работа №2. «Диаграммы»

Задание №1.

1. Персонаж сказки «Чиполлино» кум Тыква с детства мечтал построить свой дом и покупал каждый год несколько кирпичей. В таблице приведены данные о его покупках за шесть лет.

| | | | | | | |
|----------------|---|---|---|---|---|---|
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Число кирпичей | 1 | 1 | 2 | 4 | 3 | 3 |

Постройте столбиковую диаграмму, показывающую число кирпичей, купленных каждый год.

Задание №2.

2. За контрольную работу по математике школьники получили 6 оценок «отлично», 10 оценок «хорошо», 5 оценок «удовлетворительно» и 3 оценки «неудовлетворительно». Постройте столбиковую диаграмму по этим данным.

Задание №3.

3. В таблице указаны 6 лучших бомбардиров премьер-лиги чемпионата России по футболу в 2006 г. и место команды по итогам чемпионата.

| Игрок | Команда | Число голов | Место |
|---------------|----------------------|-------------|-------|
| Р. Павлюченко | «Спартак» (Москва) | 18 | 2 |
| Жо (Джоао) | ЦСКА (Москва) | 14 | 1 |
| Домингес | «Рубин» (Казань) | 13 | 5 |
| П. Погребняк | «Томь» (Томск) | 13 | 8 |
| Д. Лоськов | «Локомотив» (Москва) | 13 | 3 |
| Д. Кириченко | ФК «Москва» | 12 | 6 |

а) Постройте столбиковую диаграмму числа голов, забитых лучшими бомбардирами.

б) Можно ли сказать, что среди бомбардиров есть явный лидер?

Задание №4. По данным таблицы 1:

Постройте круговую диаграмму соотношения численности мужчин и женщин:

а) в городах; б) в сельской местности; в) в целом по стране.

Какие выводы о соотношениях численности мужчин и женщин можно сделать в зависимости от места проживания?

Таблица 1. Городское и сельское население России в 1897 г.

| | Население, млн. чел. | | |
|---------|----------------------|----------|-------|
| | Городское | Сельское | Всего |
| Мужчины | 8,74 | 54,48 | |
| Женщины | 7,76 | 55,39 | |
| Всего: | | | |

Практическая работа №3. «Средние значения»

Задание №1.

Вычислите среднее арифметическое чисел:

- а) 1, 2, 3, 4, 5; б) 1, 2, 3, 4, 10; в) 1, 2, 3, 4, 100; г) 1, 2, 3, 4, 1000.

Задание №2.

Отметьте числа на числовой прямой. Вычислите среднее арифметическое этих чисел и тоже отметьте его на числовой прямой:

- а) 1, 2, 3, 4, 5; б) 2, 3, 4, 5, 6; в) 3, 4, 5, 6, 7; г) 10, 11, 12, 13, 14.

Какую закономерность в поведении среднего значения можно заметить в каждом из случаев?

Задание №3.

Можете ли вы без вычисления угадать среднее значение набора чисел?

Проверьте свои предположения вычислениями:

- а) 13, 14, 15, 16, 17; б) 16, 17, 18, 19, 20; в) 21, 22, 23, 24, 25;
г) 20, 25, 30, 35, 40; д) 22, 24, 26, 28, 30; е) 102, 104, 106, 108, 110.

Задание №4. По данным таблицы:

Найдите среднее число жителей крупнейших городов Московской области

- а) в 1959 г. б) в 1970 г. в) в 2002 г. г) в 2006 г.
д) Сравните число жителей в данных городах в 1959 г. и в 1970 г. Верно ли, что число жителей возросло за эти годы?
е) Сравните число жителей в данных городах в 2002 г. и в 2006 г. Можно ли заключить, что число жителей возросло за эти годы? Сравните среднее число жителей этих городов в 2002 и 2006 гг.

Таблица 3. Население шести крупнейших городов Московской области в разные годы, тыс. чел.

| Город | 1959 | 1970 | 1979 | 2002 | 2006 |
|----------|------|------|------|------|------|
| Балашиха | 58 | 92 | 117 | 148 | 183 |
| Коломна | 118 | 136 | 147 | 150 | 148 |
| Люберцы | 95 | 139 | 154 | 157 | 159 |
| Мытищи | 99 | 119 | 141 | 159 | 162 |
| Подольск | 129 | 169 | 202 | 182 | 180 |
| Химки | 47 | 85 | 119 | 141 | 180 |

Практическая работа №4. «Случайная изменчивость»

Задание №1.

На обертке обычного шоколадного батончика написано, что его масса 50 граммов. Это — номинальная масса или *номинальный вес*. Ребята купили десять батончиков и взвесили их. Они получили следующие 10 значений (в граммах):

49,1; 50,0; 49,7; 50,5; 48,1; 50,3; 49,7; 51,6; 49,8; 50,1.

Только один батончик весил в точности 50 г. Некоторые батончики весили больше, другие — меньше. В ряде случаев отклонения превышали 1,5 г.

Чтобы понять, всегда ли наблюдается такое явление, ребята купили и взвесили еще одну партию из десяти батончиков. Вот какие значения (в граммах) они получили для второй партии:

49,7; 48,8; 51,4; 49,1; 49,6; 50,9; 48,5; 52,0; 50,7; 50,6.

Упражнения

1. Найдите наибольший и наименьший веса взвешенных шоколадных батончиков в первой партии.
2. Найдите наибольшее абсолютное отклонение от номинального веса батончика в первой партии.

Задание №2. По данным таблицы определить:

1. Является ли урожайность зерновых культур в разные годы постоянной величиной?
2. Одна или несколько причин, на ваш взгляд, могут влиять на урожайность?

Таблица 1. Урожайность зерновых культур в России в 1992–2001 гг. (вес после доработки)

| Год | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Урожайность, ц/га | 18,0 | 17,1 | 15,3 | 13,1 | 14,9 | 17,8 | 12,9 | 14,4 | 15,6 | 19,4 |

Задание №3. По данным таблицы 1:

Составьте таблицу отклонений ежегодной урожайности в 1992–1996 и в 1997–2001 гг. от средних показателей за соответствующие пять лет.

Составьте таблицу квадратов отклонений ежегодной урожайности в 1992–1996 и в 1997–2001 гг. от средних показателей за соответствующие пять лет.

Практическая работа №5. «Частота выпадения орла»

Задание №1.

1. Для правильной монеты мы полагаем, что вероятность выпадения орла равна 0,5. Разумно ли ожидать что, при 100 бросаниях монеты орел выпадет:

а) 5 раз; б) 49 раз; в) 90 раз.

Задание №2.

2. Подбросьте монету 10 раз. Удалось ли вам с первой попытки выбросить десять орлов? Можно ли считать такое событие маловероятным?

Задание №3.

3. Бросьте игральную кость 6 раз. Удалось ли вам выбросить шесть «шестерок»? Можно ли считать такое событие маловероятным?

Задание №4.

4. Вероятность выпадения шестерки на игральной кости равна $\frac{1}{6}$. Сколько раз, по вашему мнению, следует ожидать выпадение шестерки при 600 бросаниях кости?

Приложение №2

Задания для контрольных работ по «Вероятности и статистике» взяты из:

1. Дидактические материалы по теории вероятностей. 8-9 классы. И.Р. Высоцкий
2. Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко Теория вероятностей и статистика.

График контрольных работ

| № п/п | Тема | Дата (номер урока) | Вид контроля |
|-------|--|---------------------|-------------------------------|
| 1 | <i>Контрольная работа</i> по теме: «Статистика. Множества » | Начало декабря (13) | Текущий тематический контроль |
| 2 | <i>Контрольная работа</i> по теме: «Случайные события. Вероятность. Графы» | Конец мая (34) | Текущий тематический контроль |

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1
Статистика. Множества.

Курс: вероятность и статистика

Класс: 8

Вид контроля: текущий

Назначение контрольной работы: оценить уровень освоения каждым обучающимся класса содержания учебного материала по темам: Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Средние числового набора. Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.

Спецификация КИМ для проведения контрольной работы:

Каждый вариант контрольной работы содержит 4 задания, каждое из которых оценивается в 1 балл. На выполнение контрольной работы отводится 40 минут

Перевод баллов к 5-бальной отметке представлен в таблице

| Баллы | Отметка |
|----------|-------------|
| 4 балла | Отметка «5» |
| 3 балла | Отметка «4» |
| 2 балла | Отметка «3» |
| 0-1 балл | Отметка «2» |

1 вариант

1. Бросают одну игральную кость. Перечислите элементарные события, благоприятствующие событию «выпало нечетное число очков».
2. Нарисуйте таблицу элементарных событий при бросании двух игральных костей. Выделите в этой таблице цветными карандашами элементарные события, благоприятствующие событиям:
А) на обеих костях выпало число очков меньше, чем 3;
Б) сумма очков на двух костях равна 7;
В) произведение очков равно 12.
3. В случайном опыте всего три элементарных события a , b и c . Вероятности элементарных событий a и b соответственно равны 0,4 и 0,1. Найдите вероятность события, которому:
А) благоприятствует элементарное событие c ;
Б) благоприятствуют элементарные события a и c
4. В шахматной коробке лежат 5 черных и 6 белых пешек. Игрок, не глядя, вынимает одну пешку. Найдите вероятность того, что пешка окажется белой.

2 вариант

1. Бросают одну игральную кость. Перечислите элементарные события, благоприятствующие событию «выпало число очков больше, чем 2».
2. Нарисуйте таблицу элементарных событий при бросании двух игральных костей. Выделите в этой таблице цветными карандашами элементарные события, благоприятствующие событиям:
А) на обеих костях выпало число очков меньше, чем 4;
Б) сумма очков на двух костях равна 8;
В) произведение очков равно 16.
3. В случайном опыте всего четыре элементарных события a , b , c и d . Вероятности элементарных событий a , b и c соответственно равны 0,2, 0,3 и 0,1. Найдите вероятность события, которому:
А) благоприятствует элементарное событие d ;
Б) благоприятствуют элементарные события b и d .
4. В мешке лежат 7 зеленых шаров и 9 синих. Игрок, не глядя, вынимает один шар. Найдите вероятность того, что шар окажется зеленым.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2
Случайные события. Вероятность. Графы.

Курс: вероятность и статистика

Класс: 8

Вид контроля: текущий

Назначение контрольной работы: оценить уровень освоения каждым обучающимся класса содержания учебного материала по темам: Элементарные события. Случайные события. Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события.

Спецификация КИМ для проведения контрольной работы:

Каждый вариант контрольной работы содержит 3 задания, каждое из которых оценивается в 1 балл. На выполнение контрольной работы отводится 40 минут

Перевод баллов к 5-бальной отметке представлен в таблице

| Баллы | Отметка |
|----------|-------------|
| 3 балла | Отметка «5» |
| 2 балла | Отметка «4» |
| 1 балл | Отметка «3» |
| 0 баллов | Отметка «2» |

1 вариант

1. Стрелок в тире делает выстрел по мишени. Если он попал в мишень, то больше он не стреляет, а если промахнулся, то делает ещё один выстрел. Постройте дерево этого случайного опыта. Отметьте на этом дереве «стрелок попал в мишень» и найдите его вероятность, если вероятность попадания при каждом выстреле равна:
а) 0,4 б) 0,8
2. В коробке 5 синих и 6 зеленых карандашей. Из коробки по очереди случайным образом вынимают два карандаша. Постройте дерево этого случайного опыта. Отметьте в этом дереве событие A и найдите его вероятность:
а) A «оба извлеченных карандаша – синие»
б) A «извлечены разноцветные карандаши»
3. На фабрике керамической посуды 10% произведенных кувшинов имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных кувшинов. Остальные кувшины поступают в продажу. Найдите вероятность того, что произведенный кувшин попадет в продажу.
4. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: из первого цеха-60%, из второго цеха – 40%. Литье первого цеха имеет 10% брака, литье из второго – 5% брака. Случайно взятая болванка оказалась без дефекта. Какова вероятность её изготовления первым цехом? Ответ округлите до тысячных.

2 вариант

1. Стрелок в тире делает выстрел по мишени. Если он попал в мишень, то больше он не стреляет, а если промахнулся, то делает ещё один выстрел. Постройте дерево этого случайного опыта. Отметьте на этом дереве «стрелок попал в мишень» и найдите его вероятность, если вероятность попадания при каждом выстреле равна:
а) 0,6 б) 0,7
2. В коробке 4 синих и 8 зеленых карандашей. Из коробки по очереди случайным образом вынимают два карандаша. Постройте дерево этого случайного опыта. Отметьте в этом дереве событие A и найдите его вероятность:
а) A «оба извлеченных карандаша – синие»
б) A «извлечены разноцветные карандаши»
3. На фабрике керамической посуды 20% произведенных кувшинов имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 70% дефектных кувшинов. Остальные кувшины поступают в продажу. Найдите вероятность того, что произведенный кувшин попадет в продажу.
4. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: из первого цеха-30%, из второго цеха – 70%. Литье первого цеха имеет 15% брака, литье из второго – 5% брака. Случайно взятая болванка оказалась без дефекта. Какова вероятность её изготовления первым цехом? Ответ округлите до тысячных.

Практическая работа №1 «Опыты с равновозможными элементарными событиями»

Задание №1.

1. Бросают одну игральную кость. Вычислите вероятность события:

- а) «выпало четное число очков»;
- б) «выпало число очков, кратное трем»;
- в) «выпало число очков, большее 3»;
- г) «выпало число очков, кратное 7».

Задание №2.

2. Бросают одну игральную кость. Вычислите вероятность события:

- а) «выпавшее число очков является делителем числа 12»;
- б) «выпавшее число очков кратно 5»;
- в) «выпавшее число очков является простым числом».

Задание №3.

3. Бросают симметричную монету 2 раза. Равные ли вероятности имеют события «два раза выпал орел» и «один раз выпал орел, а другой — решка»? Найдите вероятности этих событий.

Задание №4.

4. Бросают две игральных кости: желтую и зеленую. Вычислите вероятность события:

- а) «сумма очков на обеих костях равна 7»;
- б) «сумма очков на обеих костях равна 11»;
- в) «на желтой кости выпало больше очков, чем на зеленой»;
- г) «числа очков на костях различаются не больше чем на 2»;
- д) «произведение очков на обеих костях равно 10»;
- е) «сумма очков на обеих костях делится на 3».

Приложение №3

Задания для контрольных работ по «Вероятности и статистике» взяты из:

1. Дидактические материалы по теории вероятностей. 8-9 классы. И.Р. Высоцкий
2. Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко Теория вероятностей и статистика.

График контрольных работ

| № п/п | Тема | Дата (номер урока) | Вид контроля |
|-------|-----------------------------|-----------------------|-------------------|
| 1 | Итоговая контрольная работа | Середина мая (33) | Итоговый контроль |

Итоговая контрольная работа

Курс: вероятность и статистика

Класс: 9

Вид контроля: итоговый

Назначение контрольной работы: оценить уровень освоения каждым обучающимся класса содержания учебного материала по итогам всех тем: Спецификация КИМ для проведения контрольной работы:

Каждый вариант контрольной работы содержит 5 заданий, каждое из которых оценивается в 1 балл. На выполнение контрольной работы отводится 40 минут

Перевод баллов к 5-бальной отметке представлен в таблице

| Баллы | Отметка |
|------------|-------------|
| 4-5 балла | Отметка «5» |
| 3 балла | Отметка «4» |
| 2 балла | Отметка «3» |
| 0-1 баллов | Отметка «2» |

ВАРИАНТ 1

1. Максим выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 11.
2. У бабушки 10 чашек: 6 с красными цветами, остальные – с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
3. Вычислите:

$$1) \frac{3P_{12} - P_{11}}{7P_{10}}; \quad 2) \frac{A_5^2}{C_6^3}.$$

4. В школе семь учителей математики и шесть учителей информатики. Нужно создать экзаменационную комиссию из двух учителей информатики и четырёх учителей математики. Сколькими способами это можно сделать?
5. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало нечетное число очков?

ВАРИАНТ 2

1. На экзамене 50 билетов, Коля не выучил 9 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.
2. На блюде 35 пирожков: 9 с мясом, 12 с яйцом и 14 с рыбой. Катя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с рыбой.
3. Вычислите:
1) $\frac{6P_{11} - P_{10}}{13P_9}$; 2) $\frac{C_7^4}{A_6^3}$.
4. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?
5. Саша наудачу выбирает двузначное число. Найдите вероятность того, что оно оканчивается на 6.

Практические работы

Задание 1. Классическое определение вероятности

С использованием средств пакета MS Excel создать шаблон для вычисления вероятности (классическое определение).

Ход выполнения задания

1. Запустить программу для работы с электронными таблицами (Пуск-Программы-Microsoft Office-Excel).

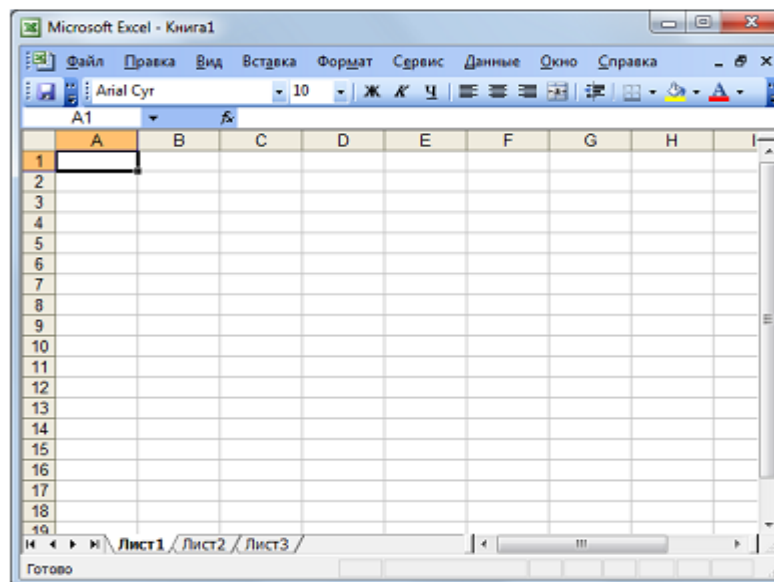


Рисунок 1. Интерфейс программы

2. Сохранить файл в своем рабочем каталоге на диске D (Файл-Сохранить как...).

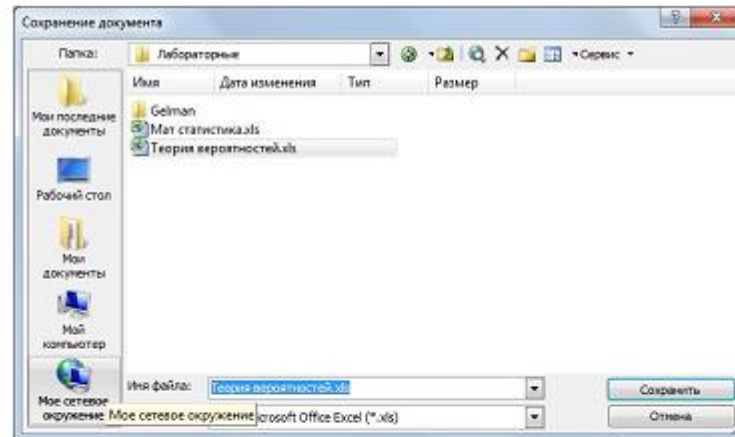


Рисунок 2. Диалоговое окно для сохранения файла

3. Переименовать «Лист1» в «Расчет вероятности» (правой кнопкой мышки на ярлычке Листа 1, выбрать «Переименовать»).
4. Установить курсор мыши в ячейку A1 и ввести текст «Общее число исходов испытания».
5. Установить курсор мыши в ячейку B1 и ввести текст «Благоприятствующее число исходов испытания».
6. Установить курсор мыши в ячейку C1 и ввести текст «Вероятность».
7. Мышью выделить ячейки A1, B1, C1. Из контекстного меню вызвать «Формат ячеек» и применить «Переносить по словам», выравнивание по вертикали - «По середине».

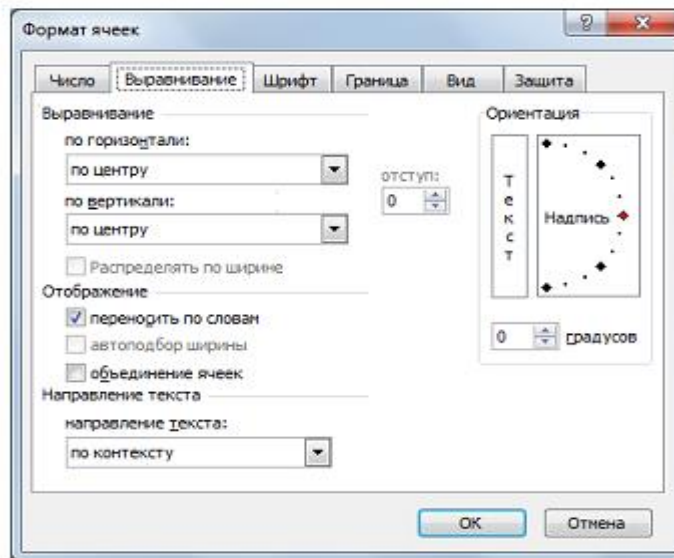


Рисунок 3. Диалоговое окно «Формат ячеек»

К заголовкам применить жирное начертание шрифта, отцентрировать по горизонтали.

После применения формата к ячейкам лист с вычислением вероятностей примет вид:

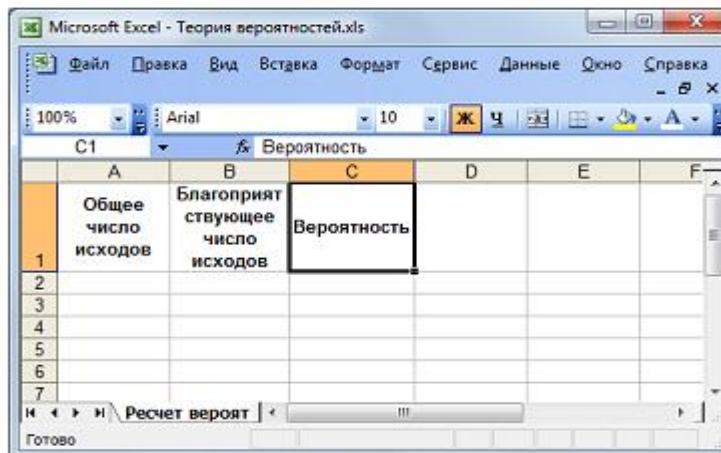


Рисунок 4. Вид электронной таблицы

8. В ячейку A2 мы будем вводить число, соответствующее общему количеству всех возможных исходов события, а в ячейку B2 – количество исходов, благоприятствующих появлению интересующего исхода. Для вычисления вероятности необходимо в ячейку C2 ввести формулу, которая, по классическому определению вероятности, будет подсчитывать и выводить в данную ячейку результат деления благоприятствующего количества исходов на общее количество. Таким образом, формула в данной ячейке должна быть следующая:

$$=B1/A1$$

Обратите внимание, что ячейки, в которых находится не просто текст, число, а именно формула, позволяющая выводить динамическое содержимое в данную ячейку, начинается обязательно со знака «=». Только в этом случае программа идентифицирует текст как формулу и будет производить вычисления.

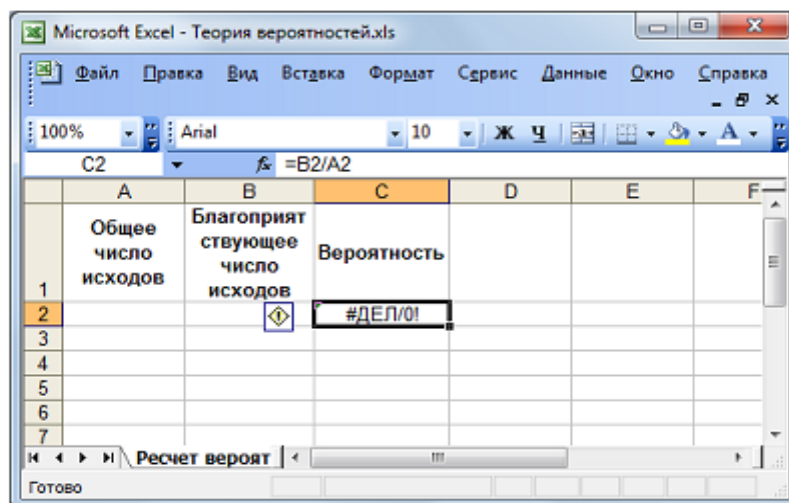


Рисунок 5. Внешний вид электронной таблицы после ввода формулы

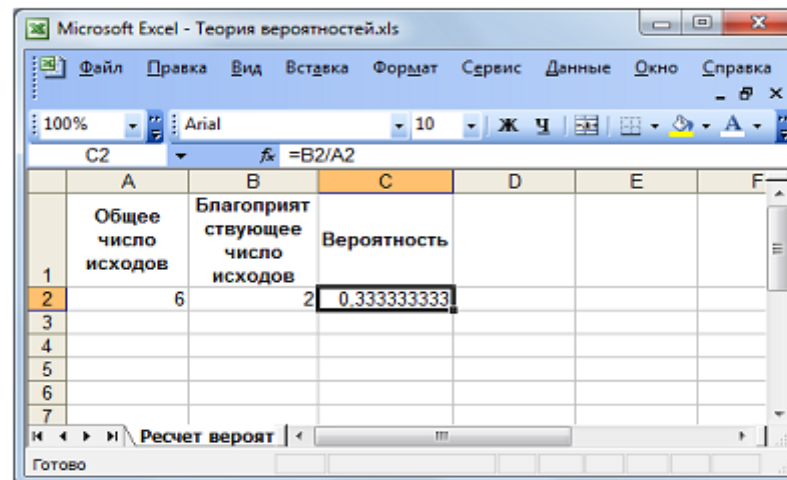
Обратите внимание на то, что в результате ввода формулы в ячейке C2 появилось значение #ДЕЛ/0!, что является результатом того,

что в A2 и B2 пока значений не содержится, а следовательно происходит деление на ноль, о чем и предупреждает программа.

9. Введите в ячейки A2 и B2 значения, которые определяются из условия следующей задачи:

Игральный кубик бросается один раз. Какова вероятность того, что на верхней грани выпадет четное число, большее 3-х?

Решение: Общее число исходов равно шести, так как в игральном кубике 6 граней, соответствующих определенным числам. Исходы, благоприятствующие появлению интересующего события, состоят в выпадении на верхней грани кубика либо четверки, либо шестерки. Следовательно, число благоприятствующих исходов испытания равно двум. Тогда электронная таблица примет вид:



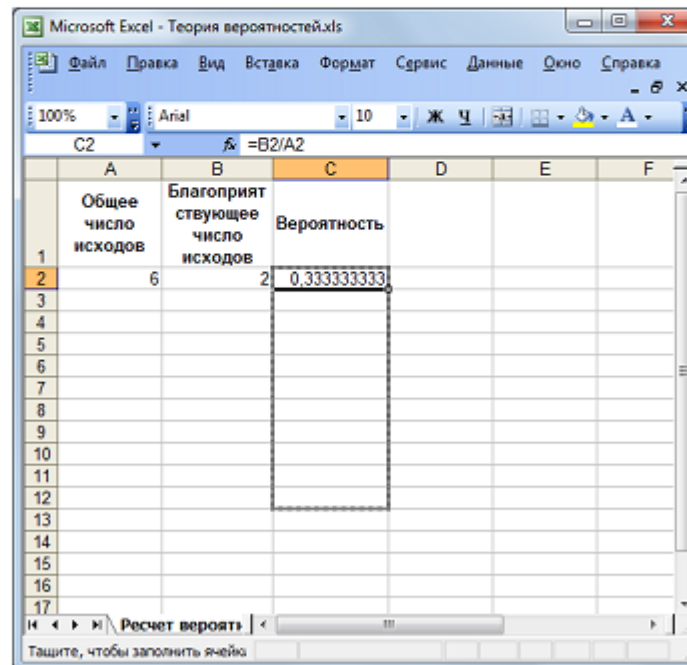
| | A | B | C | D | E | F |
|---|---------------------|----------------------------------|-------------|---|---|---|
| 1 | Общее число исходов | Благоприятствующее число исходов | Вероятность | | | |
| 2 | 6 | 2 | 0.333333333 | | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |

Рисунок 6. Вид электронной таблицы после ввода исходных данных задачи.

10. Если изменить значения в ячейках A2 и B2, то и вероятность автоматически изменится в ячейке C2, так как в ней содержится формула, данные которой не являются конкретными числами, а ссылаются на значения других ячеек.

11. Чтобы сохранить данные расчетов вероятностей для других

задач, будем вводить исходные данные задачи в следующие строки таблицы. Так как формула для подсчета вероятности содержится в ячейке C2, скопируем ее на следующие строки. Для этого левой кнопкой мышки необходимо нажать на нижний правый угол ячейки и, удерживая кнопку, тянуть вниз до требуемой ячейки. Формула из ячейки C2 автоматически скопируется на следующие строки, причем таким образом, что адреса ячеек, по значениям которых будут производиться вычисления, автоматически поменяются, так как мы имеем дело с относительной адресацией.



| | A | B | C | D | E | F |
|----|---------------------|----------------------------------|-------------|---|---|---|
| 1 | Общее число исходов | Благоприятствующее число исходов | Вероятность | | | |
| 2 | 6 | 2 | 0.333333333 | | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |
| 12 | | | | | | |
| 13 | | | | | | |
| 14 | | | | | | |
| 15 | | | | | | |
| 16 | | | | | | |
| 17 | | | | | | |

Рисунок 7. Вид электронной таблицы при копировании формулы

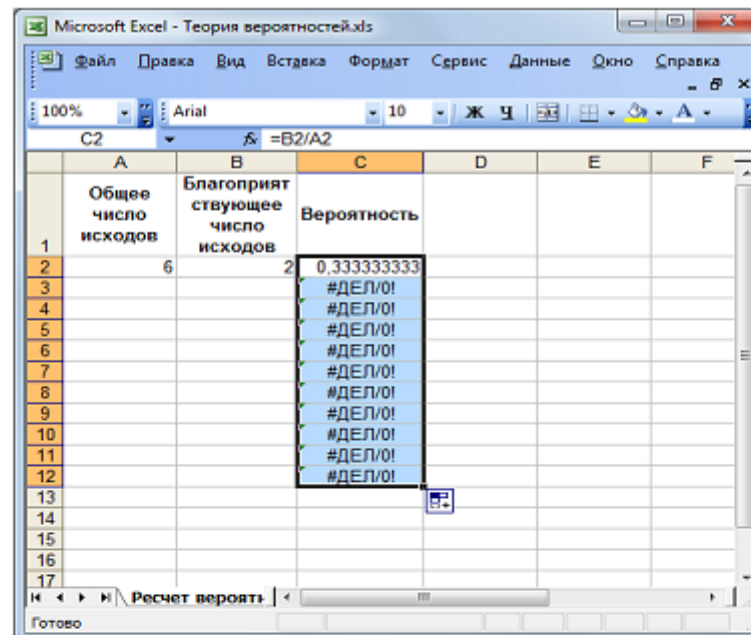


Рисунок 8. Вид электронной таблицы после копирования формулы

12. С использованием шаблона решить следующие задачи:

- Монета брошена один раз. Найти вероятность появления герба.
- В коробке 4 синих и 5 красных футболок. Наудачу вытягивают одну футболку. Найти вероятность того, что она окажется синей.
- Студент выучил только 5 билетов из 20 возможных. Какова вероятность того, что наудачу вытянутый билет окажется выученным?
- Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное число; б) случайно названное число, цифры которого различны.

Задание 2. Основные формулы комбинаторики

С использованием средств пакета MS Excel реализовать возможности вычислений по основным формулам комбинаторики (сочетания, размещения, перестановки).

Ход выполнения задания

1. В ранее созданном файле (при выполнении задания 1) переименовать «Лист 2» в «Комбинаторика».

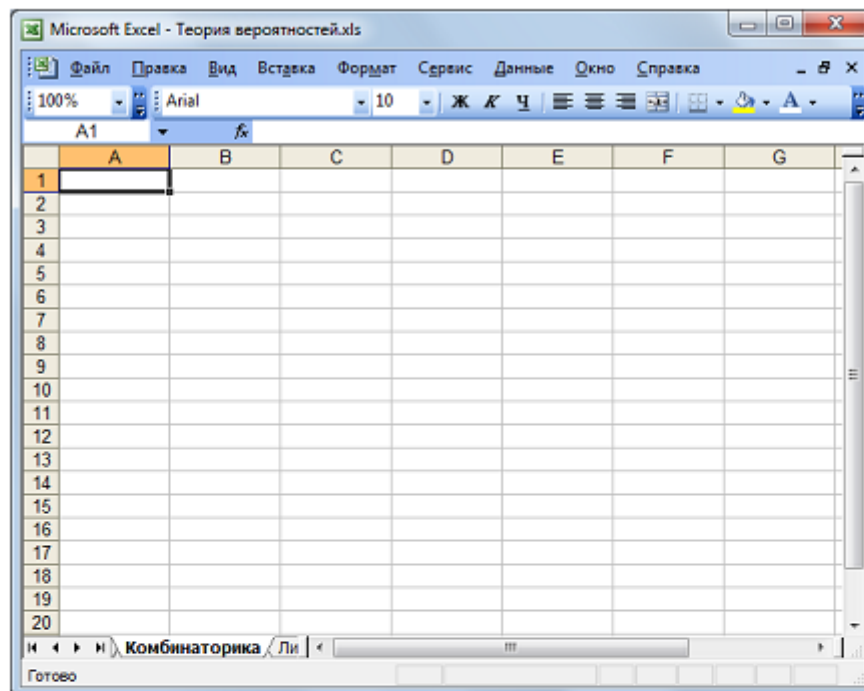


Рисунок 9. Лист для решения комбинаторных задач

2. **Сочетания.** Произвольное k -элементное подмножество данного множества из n элементов называется сочетанием из N элементов по k . Порядок элементов в сочетании не существен. Пример типовой задачи на сочетания: имеется 2 красных и 5 желтых тюльпанов; букет составляют из 3-х цветков; сколько различных вариантов составления букета? Здесь берется подмножество из 3-х элементов из множества, состоящего из 7-ми элементов, порядок совершенно не важен.
3. Число сочетаний можно вычислить с помощью функции ЧИСЛОКОМБ($n;k$), которая относится к математическим функциям.

4. На соответствующем листе введите заголовок в ячейку A1 («Сочетания»).

5. В ячейку A2 введите текст «Общее число элементов», в ячейку B2 – «Число элементов подмножества», в ячейку C2 – «Число сочетаний».

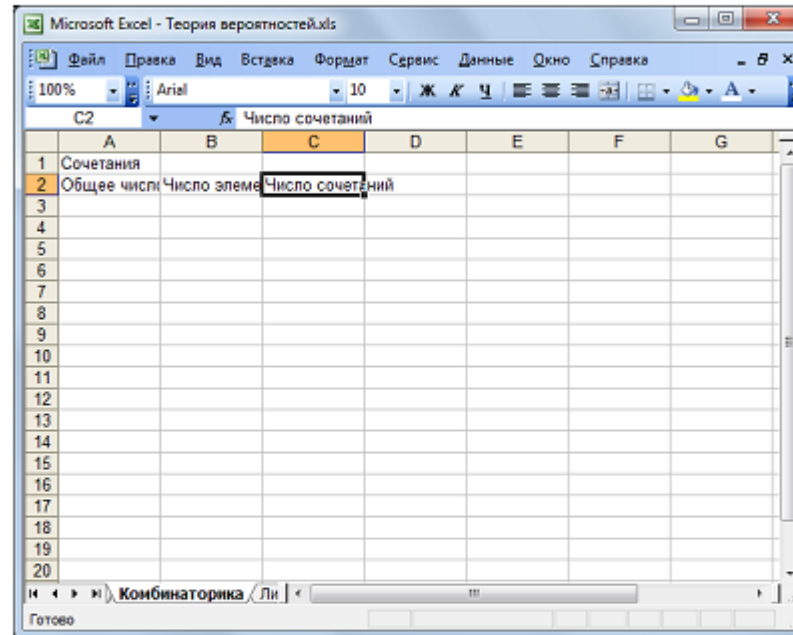


Рисунок 10. Внешний вид листа электронной таблицы после ввода заголовков

6. Объедините ячейки A1, B1 и C1. Для этого выделите соответствующие ячейки и выберите пункт «Формат ячеек» из меню «Формат», либо из контекстного меню. В открывшемся окне активируйте пункт «Объединение ячеек». Нажмите ОК.

7. Измените формат ячеек с заголовками согласно предыдущему заданию.

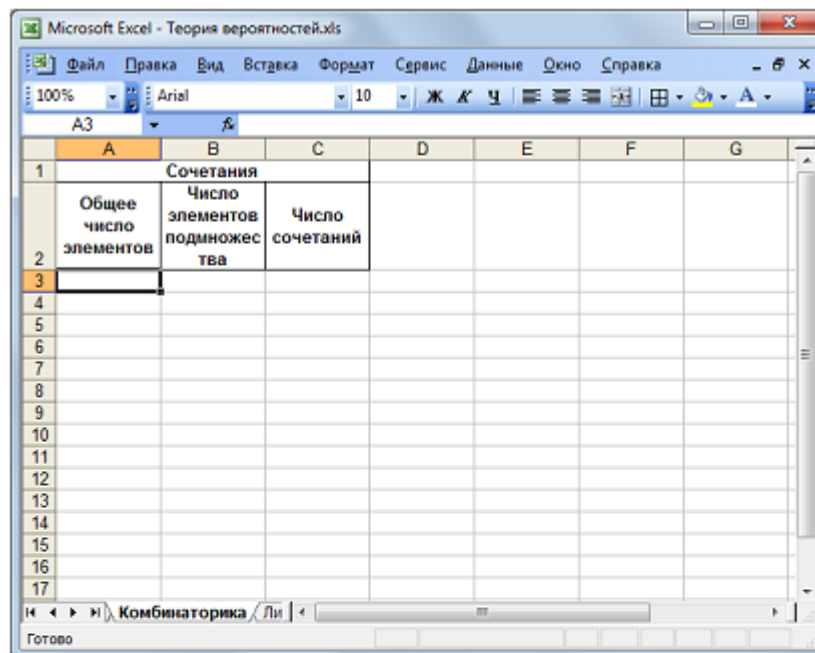


Рисунок 11. Внешний вид таблицы после форматирования заголовков

8. В ячейку С3 введите формулу для вычисления сочетаний:
`=ЧИСЛКОМБ(A3;B3)`

Данную формулу вы можете ввести двумя способами: либо вручную, набрав ее с клавиатуры, либо с использованием мастера функций, пиктограмма для которого находится в строке формул окна электронной таблицы.

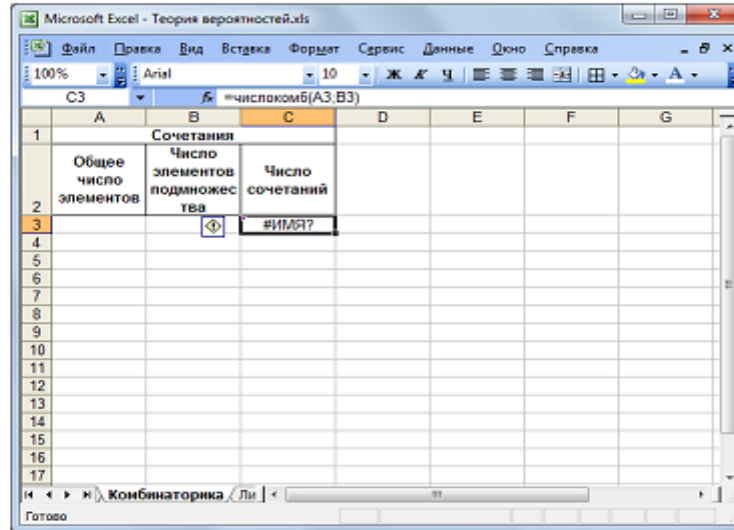


Рисунок 12. Вид электронной таблицы после ввода формулы

9. Подставьте значения, указанные в примере выше, для вычисления числа сочетаний.

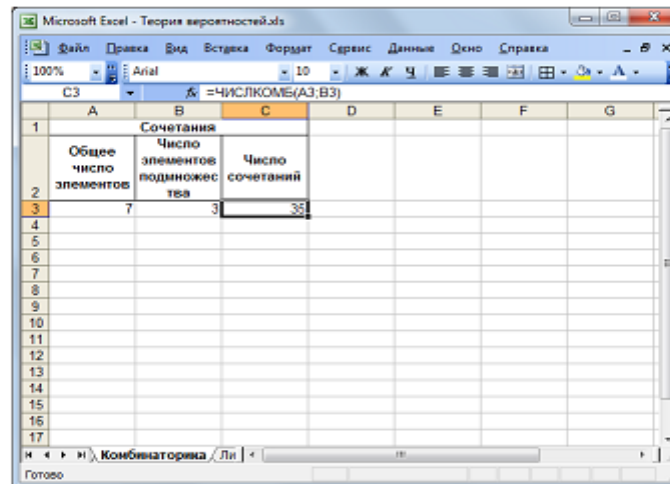


Рисунок 13. Вид электронной таблицы после ввода значений

10. Скопируйте данную формулу на 10 строк ниже.

| | Общее число элементов | Число элементов подмножества | Число сочетаний |
|----|-----------------------|------------------------------|-----------------|
| 3 | 7 | 3 | 35 |
| 4 | | | 1 |
| 5 | | | 1 |
| 6 | | | 1 |
| 7 | | | 1 |
| 8 | | | 1 |
| 9 | | | 1 |
| 10 | | | 1 |
| 11 | | | 1 |
| 12 | | | 1 |

Рисунок 14. Вид электронной таблицы после копирования формулы

11. **Размещения.** Различные упорядоченные k -элементные подмножества множества из n элементов называются размещениями из n элементов по k . Размещения отличаются друг от друга либо элементами, либо их порядками следования. Пример типовой задачи на вычисление размещений: в группе 5 девушек и 8 юношей. Для представительства этой группы на конференции выбирают 4 человека, которым присваиваются номера для выступления на данной конференции. Сколько различных вариантов составления такой группы можно построить? В данной задаче будет меняться как состав подмножества, так и порядок элементов данного подмножества. Поэтому применяется формула для вычисления размещений.

12. Вычисление размещений средствами MS Excel можно реализовать с применением функции ПЕРЕСТ($n;k$), где n – число элементов исходного множества, а k – число элементов выбранного подмножества.

13. Выделите в листе «Комбинаторика» диапазон ячеек A1:C2. Скопируйте их содержимое в буфер (либо сочетанием клавиш Ctrl+C, либо Правка – Копировать).
14. Установите курсор мыши в ячейку E1. Вставьте содержимое буфера (сочетание клавиш Ctrl+V или Правка – Вставить).
15. Замените текст ячейки E1 на «размещения», а текст ячейки G2 – на «Число размещений».

| | Сочетания | | | Размещения | | |
|----|-----------------------|------------------------------|-----------------|-----------------------|------------------------------|------------------|
| | Общее число элементов | Число элементов подмножества | Число сочетаний | Общее число элементов | Число элементов подмножества | Число размещений |
| 3 | 7 | 3 | 35 | | | |
| 4 | | | 1 | | | |
| 5 | | | 1 | | | |
| 6 | | | 1 | | | |
| 7 | | | 1 | | | |
| 8 | | | 1 | | | |
| 9 | | | 1 | | | |
| 10 | | | 1 | | | |
| 11 | | | 1 | | | |
| 12 | | | 1 | | | |
| 13 | | | | | | |
| 14 | | | | | | |
| 15 | | | | | | |
| 16 | | | | | | |
| 17 | | | | | | |

Рисунок 15. Вид электронной таблицы после добавления заголовков для вычисления размещений

16. В ячейку G3 введите вышеуказанную функцию для вычисления размещений.
17. Решите задачу, указанную как типовую в данном задании.

Microsoft Excel - Теория вероятностей.xls

100% Arial 10 Ж К Ч

G3 =ПЕРЕСТ(Е3;F3)

| | Сочетания | | | Размещения | | |
|----|-----------------------|------------------------------|-----------------|-----------------------|------------------------------|------------------|
| | Общее число элементов | Число элементов подмножества | Число сочетаний | Общее число элементов | Число элементов подмножества | Число размещений |
| 2 | | | | | | |
| 3 | 7 | 3 | 35 | 13 | 4 | 17160 |
| 4 | | | 1 | | | |
| 5 | | | 1 | | | |
| 6 | | | 1 | | | |
| 7 | | | 1 | | | |
| 8 | | | 1 | | | |
| 9 | | | 1 | | | |
| 10 | | | 1 | | | |
| 11 | | | 1 | | | |
| 12 | | | 1 | | | |
| 13 | | | | | | |
| 14 | | | | | | |
| 15 | | | | | | |
| 16 | | | | | | |
| 17 | | | | | | |

Готово

Рисунок 16. Вид электронной таблицы после ввода формулы и значений из примера

18. Скопируйте формулу на 10 ячеек вниз.

Microsoft Excel - Теория вероятностей.xls

100% Arial 10 Ж К Ч

G3 =ПЕРЕСТ(Е3;F3)

| | Число сочетаний | Общее число элементов | Число элементов подмножества | Число размещений |
|----|-----------------|-----------------------|------------------------------|------------------|
| 2 | | | | |
| 3 | 35 | 13 | 4 | 17160 |
| 4 | 1 | | | 1 |
| 5 | 1 | | | 1 |
| 6 | 1 | | | 1 |
| 7 | 1 | | | 1 |
| 8 | 1 | | | 1 |
| 9 | 1 | | | 1 |
| 10 | 1 | | | 1 |
| 11 | 1 | | | 1 |
| 12 | 1 | | | 1 |
| 13 | | | | |
| 14 | | | | |
| 15 | | | | |
| 16 | | | | |
| 17 | | | | |

Готово Сумма=17169

Рисунок 17. Вид электронной таблицы после копирования формулы

19. **Перестановки.** Различные упорядоченные множества, которые отличаются лишь порядком элементов, то есть могут быть получены из того же самого множества перестановкой местами элементов, называются перестановками этого множества. Пример типовой задачи на вычисление перестановок: сколько способов существует для того, чтобы расставить 5 различных книг на книжной полке? Важен порядок, количество элементов сохраняется, значит – перестановка. Это частный случай размещений.

20. Вычисление перестановок можно выполнить с использованием той же функции ПЕРЕСТ($n;n$). Заметьте, что оба параметра у данной функции в данном случае будут ссылаться на одну и ту же ячейку, так как количество элементов сохраняется.

21. В ячейку I1 введите текст «Перестановки», объедините ее с ячейкой J1.

22. В ячейки I2 и J2 введите текст «Число элементов» и «Число перестановок», соответственно.

23. Отформатируйте данные заголовки.

24. В ячейку J3 введите формулу для вычисления перестановок.

25. Решите типовую задачу, указанную выше.

26. Скопируйте формулу на 10 строк ниже.

| | Размещения | | | Перестановки | |
|----|-----------------------|------------------------------|------------------|-----------------|--------------------|
| | Общее число элементов | Число элементов подмножества | Число размещений | Число элементов | Число перестановок |
| 3 | 13 | 4 | 17160 | 5 | 120 |
| 4 | | | 1 | | |
| 5 | | | 1 | | |
| 6 | | | 1 | | |
| 7 | | | 1 | | |
| 8 | | | 1 | | |
| 9 | | | 1 | | |
| 10 | | | 1 | | |
| 11 | | | 1 | | |
| 12 | | | 1 | | |
| 13 | | | | | |
| 14 | | | | | |
| 15 | | | | | |
| 16 | | | | | |
| 17 | | | | | |

Рисунок 18. Вид электронной таблицы после создания шаблона для вычисления перестановок

27. **Самостоятельно** с использованием данного шаблона решите следующие комбинаторные задачи (для вычислений можно использовать свободные ячейки, если явно в условии задачи не указано количество элементов множества и выбираемого подмножества):

- Сколькими способами могут восемь человек стать в очередь к театральной кассе?
- В магазине "Все для чая" есть 5 разных чашек и 3 разных блюдца. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем?
- В автомашине 7 мест. Сколькими способами семь человек могут усесться в эту машину, если занять место водителя могут только трое из них?

- Сколько слов можно образовать из букв слова **фрагмент**, если слова должны состоять: (а) из восьми букв, (б) из семи букв, (в) из трех букв?
- Сколько существует различных автомобильных номеров, которые состоят из пяти цифр, а) если первая из них не равна нулю; б) если номер состоит из одной буквы латинского алфавита, за которой следуют четыре цифры, отличные от нуля?
- Алфавит некоторого языка содержит 30 букв. Сколько существует шестибуквенных слов (цепочка букв от пробела до пробела), составленных из букв этого алфавита, если: (а) буквы в словах не повторяются? (б) буквы в словах могут повторяться?
- Сколькими способами можно расставить на полке семь книг, если (а) две определенные книги должны всегда стоять рядом, (б) эти две книги не должны стоять рядом?
- Сколькими способами из восьми человек можно избрать комиссию, состоящую из пяти членов?
- Сколькими способами можно отобрать несколько фруктов из семи яблок, четырех лимонов и девяти апельсинов? (Мы считаем, что фрукты одного вида неразличимы.)
- Сколько пятибуквенных слов, каждое из которых состоит из трех согласных и двух гласных, можно образовать из букв слова **уравнение**?

Задание 3. Закон распределения дискретной случайной величины

Случайной величиной называется величина, которая в результате опыта может принять одно и только одно из возможных значений, причем неизвестно заранее, какое именно.

Совокупность значений дискретной случайной величины и вероятности возможных ее значений могут быть объединены в таблице следу-

ющего вида, которая называется законом распределения случайной величины.

| | | | | |
|----------|----|----|-----|----------------|
| X | x1 | x2 | ... | x _n |
| P | p1 | p2 | ... | p _n |

Ход выполнения задания

1. Чтобы найти закон распределения случайной величины, если какой-либо параметр не задан (вероятность одного из значений случайной величины), необходимо ввести исходные данные задачи, а затем в ячейке, соответствующей неизвестному значению, ввести формулу, которая суммирует все известные вероятности и вычитает данную сумму из единицы.

2. Например, заданы вероятности четырех из пяти возможных значений случайной величины. Тогда неизвестное значение вероятности будет вычислено следующим образом:

$$=1-\text{СУММ}(B2:D2;F2)$$

3. Построить диаграмму для закона распределения. Для этого необходимо выделить диапазон ячеек, для которых необходимо создать диаграмму, и выбрать пункт «Диаграмма» из меню «Вставка».

4. **Самостоятельно.** Постройте закон распределения для случайной величины, значение которой совпадает с выпавшим числом на верхней грани игрального кубика (соответственно, 6 различных значений случайной величины, для которых можно подсчитать вероятность). Постройте диаграмму.

Практическая работа №2 «Испытание Бернулли»

Теоретические сведения

При решении вероятностных задач часто бывает, что одно и то же испытание повторяется многократно, и исход каждого испытания не зависит от исходов других. Такой эксперимент называют **схемой повторных независимых испытаний** или **схемой Бернулли**.

Примеры повторных испытаний:

- Бросаем игральный кубик, где вероятности выпадения определенной цифры одинаковы в каждом броске.
- Включаем лампы с заранее заданной одинаковой вероятностью выхода из строя каждой.
- Лучник повторяет выстрелы по одной и той же мишени при условии, что вероятность удачного попадания при каждом выстреле принимается одинаковой.

Итак, пусть в результате испытания возможны два исхода: либо появится событие **A**, либо противоположное ему событие. Проведем **n** испытаний Бернулли. Это означает, что все **n** испытаний независимы. А вероятность появления события **A** в каждом случае постоянна и не изменяется от испытания к испытанию.

Обозначим вероятность появления события **A** в единичном испытании буквой **p**, значит:

$p = P(A)$, а вероятность противоположного события (событие **A** не наступило) – буквой **q**

$$q = P(\bar{A}) = 1 - p.$$

1. Тогда вероятность того, что событие **A** появится в этих **n** испытаниях ровно **k** раз, выражается **формулой Бернулли**:

$$P_n(k) = C_n^k * p^k * q^{n-k}, \text{ где } q = 1 - p.$$

Биномиальное распределение — распределение числа успехов (появлений события).

Пример 1. Среди видео, которые снимает блогер, бывает в среднем 4% некачественных: то свет плохой, то звук пропал, то ракурс не самый удачный. Найдем вероятность того, что среди 30 видео два будут нестандартными.

Как рассуждаем:

Опыт заключается в проверке каждого из 30 видео на качество. Событие **A** — это какая-то неудача (свет, ракурс, звук), его вероятность $p = 0,04$, тогда $q = 0,96$. Отсюда по формуле Бернулли можно найти ответ:

$$P_{30}(2) = C_{30}^2 * 0,04^2 * 0,96^{28} \approx 0,202$$

Ответ: вероятность плохого видео приблизительно 0,202.

Пример 2. В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Найти вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется 2 белых.

Решение. Событие A – достали белый шар. Тогда вероятности

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(\bar{A}) = \frac{1}{3}.$$

По формуле Бернулли требуемая вероятность равна

$$P_4(2) = C_4^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}.$$

Пример 3. Определить вероятность того, что в семье, имеющей 5 детей, будет не больше трех девочек. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми.

Решение. Вероятность рождения девочки $p = \frac{1}{2}$, тогда $q = \frac{1}{2}$.

Найдем вероятности того, что в семье нет девочек, родилась одна, две или три девочки:

$$P_5(0) = q^5 = \frac{1}{32}, \quad P_5(1) = C_5^1 p^1 q^4 = \frac{5}{32},$$

$$P_5(2) = C_5^2 p^2 q^3 = \frac{10}{32}, \quad P_5(3) = C_5^3 p^3 q^2 = \frac{10}{32}.$$

Следовательно, искомая вероятность

$$P = P_5(0) + P_5(1) + P_5(2) + P_5(3) = \frac{13}{16}.$$

Задания для индивидуальной работы:

Вариант 1.

1. Монету бросают 8 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет не менее двух раз.

2. В семье шесть детей. Найти вероятность того, что среди этих детей два мальчика. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

3. В каждом из 500 независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что событие A происходит: точно 220 раз; меньше чем 240 и больше чем 180 раз.

4. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент включены все моторы.

5. Найти вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2.

Вариант 2.

1. Найти вероятность того, что событие А появится не менее трех раз в пяти испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4.

2. Вероятность всхожести семян пшеницы равна 0,9. Какова вероятность того, что из четырех посеянных семян взойдут не менее трех?

3. В каждом из 700 независимых испытаний событие А происходит с постоянной вероятностью 0,35. Найти вероятность того, что событие А происходит: точно 270 раз; меньше чем 270 и больше чем 230 раз.

4. Найти вероятность того, что событие А появится в пяти независимых испытаниях не менее трех раз, если в каждом испытании вероятность появления события А равна 0,4.

5. Найти вероятность того, что при 300 испытаниях событие наступит ровно 100 раз, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,6.

Вариант 3.

1. Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет не менее двух раз.

2. В семье шесть детей. Найти вероятность того, что среди этих детей не более двух мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

3. В каждом из 500 независимых испытаний событие А происходит с постоянной вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что событие А происходит: точно 190 раз; меньше чем 235 раз.

4. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент выключены все моторы.

5. Найти вероятность того, что при 300 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,4.

Вариант 4.

1. Найти вероятность того, что событие A появится не менее трех раз в четырех испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна $0,6$.
2. Вероятность всхожести семян пшеницы равна $0,85$. Какова вероятность того, что из четырех посеянных семян взойдут не более трех?
3. В каждом из 700 независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью $0,35$. Найти вероятность того, что событие A происходит: точно 180 раз; меньше чем 220 раз.
4. Найти вероятность того, что событие A появится в пяти независимых испытаниях не менее двух раз, если в каждом испытании вероятность появления события A равна $0,3$.
5. Найти вероятность того, что при 200 испытаниях событие наступит ровно 144 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна $0,2$.

Домашнее задание.

При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна $0,9$. Найти вероятность того, что из 20 выстрелов число удачных будет не менее 16 и не более 19 .

Контрольные вопросы:

1. Вероятности каких событий можно вычислять по формуле Бернулли?
2. Как записывается формула Бернулли?